



LA PREVISION DES VENTES : L'AJUSTEMENT LINEAIRE.

1 LA PRÉVISION DES VENTES À PARTIR DE LA TENDANCE OBSERVÉE

À partir des ventes passées, il est possible de prévoir les ventes futures quand la progression observée est régulière.

Rappel mathématique

Lorsque la tendance observée est régulière, on dit linéaire, il est facile de calculer l'équation d'une droite qui permet d'exprimer la relation entre deux variables x et y .

x exprime en général le temps (des années) et y le chiffre d'affaires de l'entreprise (chiffre d'affaires annuel). Deux méthodes de prévision par ajustement linéaire sont recommandées au programme: la méthode des points moyens et la méthode des moindres carrés.

2 LA MÉTHODE DES POINTS MOYENS

Cette méthode est aussi appelée méthode de la double moyenne ou méthode de Mayer.

Cette méthode consiste ① à scinder la série statistique en 2 groupes d'observations égaux.
 ② à calculer les coordonnées des points moyens des deux groupes d'observations.
 ③ à déterminer l'équation de la droite.
 $y = ax + b$ qui passe par les deux points moyens

Exemple résolu: ventes annuelles réalisées par une entreprise en milliers d'articles vendus:

Années	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ventes annuelles en milliers d'unités	100	110	144	170	200	210	220	260	284	295

Vous remarquez en vous reportant au graphique page suivante que les points sont alignés donc cette méthode d'ajustement peut être utilisée dans le cas présent.

Groupe 1	Années	Quantités vendues
Correspondant au point moyen A	1	100
	2	110
	3	144
	4	170
	5	200
Total	15	724

Coordonnées du point moyen A

$$x_A = 15/5 = 3$$

$$y_A = 724/5 = 144,80$$

Groupe 2	Années	Quantités vendues
Correspondant au point moyen B	6	210
	7	220
	8	260
	9	284
	10	295
Total	40	1 269

Coordonnées du point moyen B

$$x_B = 40/5 = 8$$

$$y_B = 1269/5 = 253,80$$

Équation de la droite

$y = ax + b$ cette droite passe par les deux points moyens A et B, il faut résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 144,80 = 3a + b & (1) \\ 253,80 = 8a + b & (2) \end{cases}$$

en soustrayant (2) - (1) $\Rightarrow 109 = 5a \rightarrow x = \frac{109}{5} = 21,8$

en remplaçant a par sa valeur dans (1) on obtient :

$$\begin{aligned} 144,80 &= 3 \times 21,8 + b \\ b &= 144,80 - 65,40 \\ b &= 79,40 \end{aligned}$$

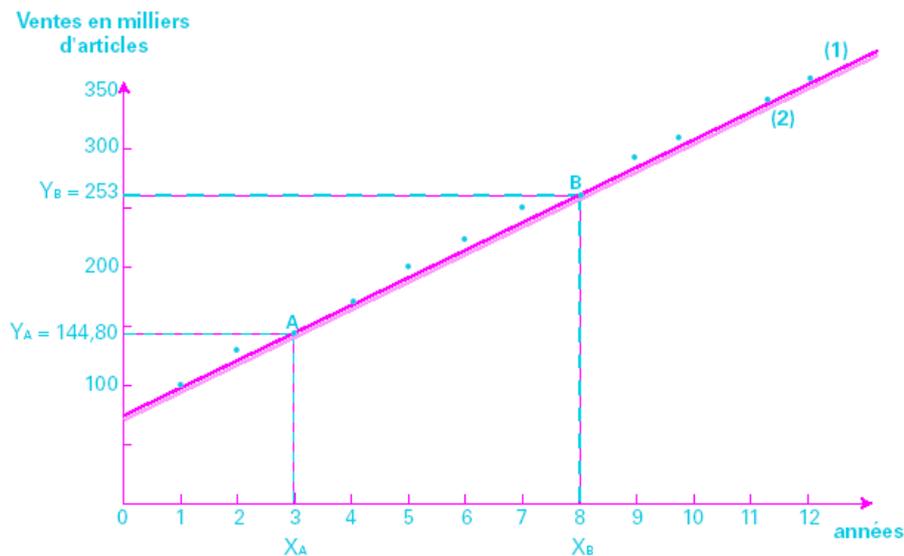
La droite de tendance est donc $y = 21,8x + 79,40$ équation (1) sur le graphique.

Prévision des ventes

Pour prévoir les ventes des années 11 et 12 il suffit de remplacer x par ces valeurs dans l'équation trouvée.

$$\begin{aligned} x = 11 &\Rightarrow y = 21,8 \times 11 + 79,40 \\ &y = 239,80 + 79,40 = 319,20 \text{ ventes prévisionnelles année 11} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = 12 &\Rightarrow y = 21,8 \times 12 + 79,4 \\ &y = 261,6 + 79,4 = 341 \text{ ventes prévisionnelles année 12} \end{aligned}$$



Méthode de la double moyenne droite (1)

X_A
 Y_A coordonnées du point moyen A

X_B
 Y_B coordonnées du point moyen B

$$(1) y = 21,8x + 75,40$$

- prévisions année 11 : 315,20
- prévisions année 12 : 337,00

Méthode des moindres carrés droite (2)

exemple résolu en 3, page suivante

$$y = 22,51x + 75,495$$

- prévisions année 11 : 323,10
- prévisions année 12 : 345,61

Noter que les deux droites sur le graphique sont pratiquement confondues.

3 LA MÉTHODE DES MOINDRES CARRÉS

Cette méthode est la plus juste mathématiquement car elle permet de déterminer l'équation de la droite de régression qui passe le plus près possible de tous les points.

Il s'agit de déterminer la droite de la forme

$$y = ax + b$$

On calcule le point moyen de coordonnées \bar{x} et \bar{y} par lequel passe la droite

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \qquad \bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$$

On recherche ensuite la valeur de a, coefficient directeur de la droite en appliquant

soit la formule
$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum XY}{\sum X^2} \quad \text{soit } a = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

connaissant \bar{x} , \bar{y} et a on calcule b en posant $b = \bar{y} - a\bar{x}$

Exemple résolu:

En reprenant les mêmes données que du 2.

Application 1^{ère} formule:

$$a = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum XY}{\sum X^2}$$

Années x_i	Ventes y_i	X	Y	XY	X ²
1	100	- 4,5	- 99,3	446,85	20,25
2	110	- 3,5	- 89,3	312,55	12,25
3	144	- 2,5	- 55,3	138,25	6,25
4	170	- 1,5	- 29,3	43,95	2,25
5	200	- 0,5	+ 0,7	- 0,35	0,25
6	210	+ 0,5	+ 10,7	5,35	0,25
7	220	+ 1,5	+ 20,7	31,05	2,25
8	260	+ 2,5	+ 60,7	151,75	6,25
9	284	+ 3,5	+ 84,7	296,45	12,25
10	295	+ 4,5	+ 95,7	430,65	20,25
55	1 993			1 856,50	82,50

$$\bar{x} = \frac{55}{10} = 5,5 \qquad \bar{y} = \frac{1993}{10} = 199,3$$

$$a = \frac{1\,856,50}{82,5} = 22,50$$

$$b = 199,3 - 22,50 \times 5,5 = 199,3 - 123,75 = 75,55$$

équation de la droite $y = 22,50x + 75,55$

prévisions pour l'année 11 $y = 22,50 \times 11 + 75,55 = 247,50 + 75,55 = 323,05$

pour l'année 12 $y = 22,50 \times 12 + 75,55 = 270 + 75,55 = 345,55$

Application 2^e formule:

$$a = \frac{\sum (x_i y_i) - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2}$$

Années x_i	Ventes y_i	$x_i y_i$	x_i^2
1	100	100	1
2	110	220	4
3	144	432	9
4	170	680	16
5	200	1 000	25
6	210	1 260	36
7	220	1 540	49
8	260	2 080	64
9	284	2 556	81
10	295	2 950	100
55	1 993	12 818	385

$$\bar{x} = \frac{55}{10} = 5,5 \qquad \bar{y} = \frac{1993}{10} = 199,3$$

$$a = \frac{12\,818 - (10 \times 5,5 \times 199,3)}{385 - (10 \times 5,5^2)}$$

$$= \frac{12\,818 - 10\,961,50}{385 - 302,50} = \frac{1856,50}{82,50}$$

$$a = 22,50$$

$$b = 199,3 - (22,50 \times 5,5) = 199,3 - 123,75 = 75,555$$

équation de la droite $y = 22,50x + 75,55$

prévisions

pour l'année 11 $y = 22,50 \times 11 + 75,55 = 323,05$

pour l'année 12 $y = 22,50 \times 12 + 75,55 = 345,55$

Noter que selon la formule utilisée les résultats sont sensiblement différents.